

S x
UNIVERSIDAD CENTRAL.
INSTITUTO DE CIUDAD-REAL.

ESTUDIOS GENERALES DE 2.^ª ENSEÑANZA

PROGRAMA

DE

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

CON APLICACIONES

DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS VULGARES

Conforme á los preceptos vigentes y con arreglo á los textos adoptados para
el curso académico de 18__ á 18__

POR

DON MAURICIO I. SUBIRÁ,

Catedrático de Matemáticas mediante oposición.

OBRAS DE TEXTO ADOPTADAS.

Elementos de Aritmética y Álgebra de.....	MOYA.
Breves nociones de Álgebra elemental de...	SUBIRÁ.
Tablas de Logaritmos vulgares de.....	GASCÓ.

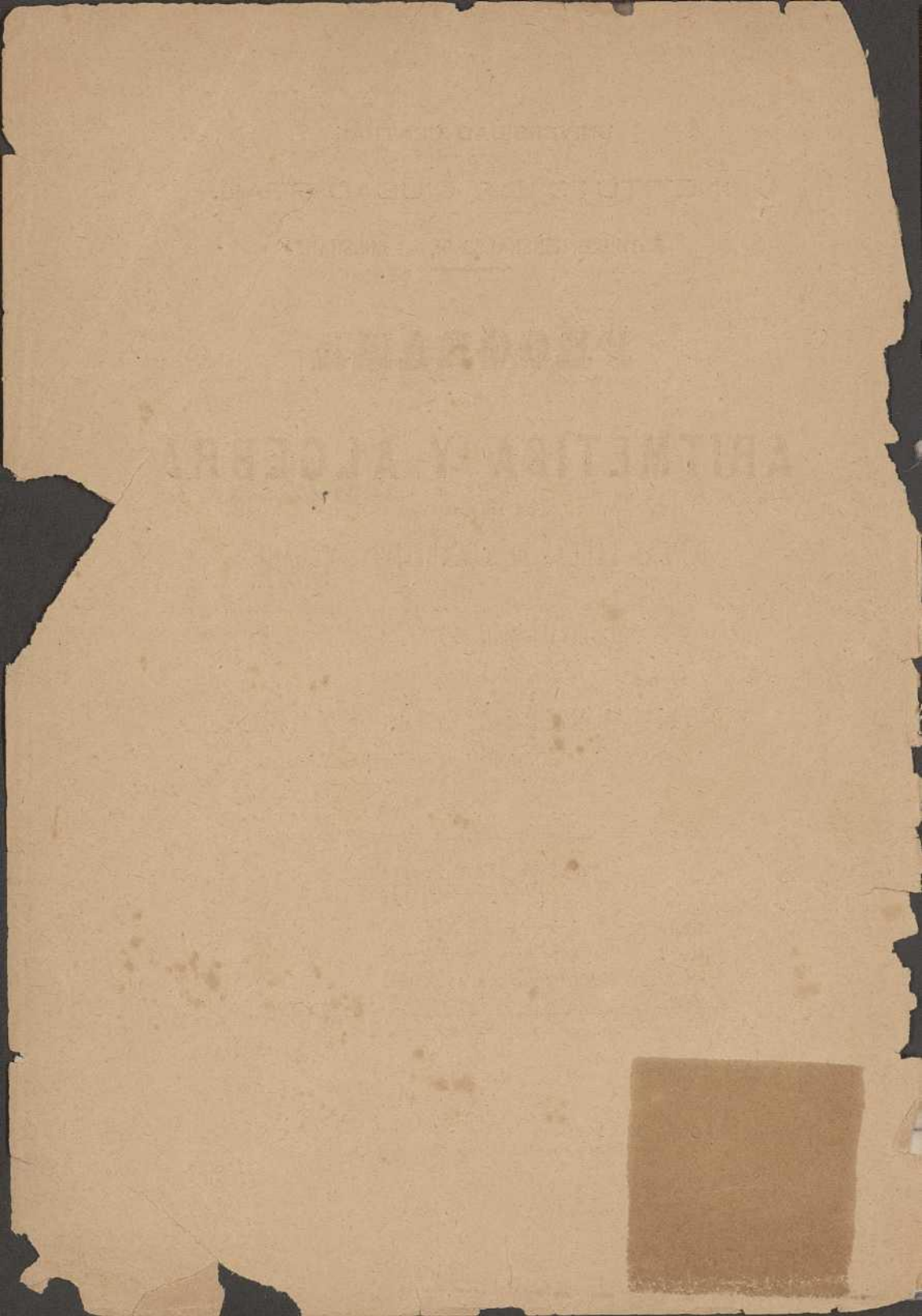
CIUDAD-REAL.

LIBRERÍA DE RAMÓN CLEMENTE RUBISCO,
Calatrava, 10.

S.L.C.

17-21





21013873

SEC.
17-21

UNIVERSIDAD CENTRAL.

INSTITUTO DE CIUDAD-REAL.

ESTUDIOS GENERALES DE 2.ª ENSEÑANZA

PROGRAMA

DE

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

CON APLICACIONES

DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS VULGARES

Conforme á los preceptos vigentes y con arreglo á los textos adoptados para
el curso académico de 18__ á 18__

POR

DON MAURICIO I. SUBIRÁ,

Catedrático de Matemáticas mediante oposición.

OBRAS DE TEXTO ADOPTADAS.

Elementos de Aritmética y Álgebra de.....	MOYA.
Breves nociones de Álgebra elemental de...	SUBIRÁ.
Tablas de Logaritmos vulgares de.....	GASCÓ.

CIUDAD-REAL.

IMPRESA DE RAMÓN CLEMENTE RUBISCO,

Calatrava, 10.

A D. José M.^a Malaguita

Su afnío cong^o y amigo

El Autor



R. 91.812

Programa de Aritmética y Álgebra.

MATEMÁTICAS.

LECCIÓN I.

Introducción al estudio de las Matemáticas.

Matemáticas. Leyes del tiempo y del espacio. Caracteres distintivos del tiempo y del espacio. Número y extensión. Objeto y fin de las Matemáticas. División de las Matemáticas atendido su objeto esencial. Maneras de considerar el número y la extensión. División de las Matemáticas en puras y mixtas. Procedimientos diversos para el estudio de las Matemáticas. División de las mismas en elementales y superiores.

LECCIÓN II.

Nomenclatura lógica necesaria para la inteligencia de las Matemáticas.

Ciencia: su división en racionales ó especulativas y experimentales ó de observación. Demostración. Clases de demostración. Definición: cualidad esencial de la misma. Axiomas: indicación de los que sirven de fundamento para el estudio de las Matemáticas. Postulados. Teoremas: partes de que consta un teorema: teoremas recíprocos y necesidad de su demostración. Teoremas contrarios y necesidad de su demostración. Lemas, corolarios y escolios.—Problemas: resolución y solución de los mismos: datos é incógnitas. Idea de los métodos que presiden la exposición y desarrollo de las verdades científicas.

ARITMÉTICA.

LECCIÓN III.

Introducción al estudio de la Aritmética.

Aritmética: su objeto, fin y medios. Número, cantidad, magnitud y unidad. Medio usual para determinar y expresar la magnitud de las cantidades: su resultado. Casos distintos que pueden ocurrir, y clases de

números resultantes: definición de estos números. División práctica de los números: abstractos, concretos, homogéneos y heterogéneos. División de la Aritmética: Idea de lo que comprende cada parte. *Ejemplos de cantidades, unidades, números enteros, fraccionarios é incommensurables; abstractos y concretos, homogéneos y heterogéneos.*

NÚMEROS ENTEROS.

LECCIÓN IV.

Numeración verbal de enteros.

Numeración: sus condiciones. Generación de los números enteros. División de la numeración. Sistema generalmente adoptado. Exposición del sistema décuplo. Diversos órdenes de unidades y sus relaciones entre sí. Principios fundamentales de la numeración décupla. Principio convencional de la numeración hablada. Regla para expresar un número entero. Base del sistema explicado. Idea de otros sistemas de numeración verbal. *Ejercicios prácticos acerca de la enunciación de los números enteros.*

LECCIÓN V.

Numeración escrita de enteros.

Sistema generalmente adoptado para la numeración escrita: cifras ó guarismos necesarios y suficientes para la numeración décupla: ordenación de los lugares ocupados por las cifras para la expresión de todos los enteros: valor absoluto y relativo de las mismas. Principio convencional de la numeración escrita: corolarios. Regla para escribir un entero. Regla para leer un entero escrito: escolio. Somera indicación del número de cifras necesarias y suficientes en los diversos sistemas de numeración, y manera de escribir los números enteros. Numeración romana. *Ejercicios prácticos acerca de la escritura de números enteros.*

LECCIÓN VI.

Adición de enteros.

Objeto del cálculo de los números. Operaciones: indicación de las fundamentales. Adición: definiciones y signo. Casos que conviene distinguir en la adición de enteros. Práctica del primer caso. Construcción y aplicación de una tabla de sumar. Resolución del 2.º caso: regla esencial de la adición: regla práctica de la misma. Principio fundamental de la adición y corolarios. Propiedades de la adición, primero por el orden de los sumandos y su influencia en la suma, y segundo por las variaciones que experimenta la suma, según las que se verifican en los sumandos. Corolarios. Prueba: sus condiciones. Prueba de la adición. Particularidades de esta operación. *Ejercicios prácticos acerca de la adición de enteros.*

LECCIÓN VII.

Sustracción de enteros.

Sustracción: definiciones y signo. Naturaleza de esta operación. Casos que conviene distinguir en la sustracción de enteros. Práctica del primer caso. Construcción y aplicación de una tabla de restar. Resolución del segundo caso: regla esencial de la sustracción: regla práctica de la misma. Principio fundamental de la sustracción y corolarios. Propiedades de la sustracción, primero por su naturaleza y segundo por las variaciones que experimenta la diferencia, según las que se verifican en los datos: corolarios. Prueba de la sustracción. Complemento aritmético y su uso. Particularidades de esta operación. *Ejercicios prácticos acerca de la sustracción de enteros.*

LECCIÓN VIII.

Multiplicación de enteros: 1.º y 2.º casos.

Multiplicación: definiciones y signo. Naturaleza de esta operación. Corolarios que se deducen de las definiciones anteriores. Casos que conviene distinguir en la multiplicación de enteros. Práctica del primer caso. Construcción y aplicación de una tabla de multiplicar. Resolución del segundo caso: regla esencial y regla práctica del mismo. Igualdad: su notación, expresión y uso. Desigualdad: su notación, expresión y uso. *Ejercicios prácticos sobre estos casos de la multiplicación.*

LECCIÓN IX.

Multiplicación de enteros: 3.º caso.

Casos auxiliares para multiplicar enteros de varias cifras. Resolución del caso general. Productos parciales y producto total: regla esencial y regla práctica del mismo. Principio fundamental de la multiplicación y corolarios. Casos particulares en los cuales se abrevia la multiplicación. *Ejercicios prácticos acerca de la multiplicación de enteros.*

LECCIÓN X.

Propiedades de la multiplicación de enteros siendo dos los factores.

Invariabilidad del producto por el cambio de lugar de sus factores. Definición general de la multiplicación. Prueba de la misma. Variación del producto cuando uno de los factores aumenta ó disminuye cierto número de unidades. Uso de los paréntesis en matemáticas. Producto de una suma ó diferencia indicadas de varios enteros por otro. Separación de un factor común en sumas ó diferencias indicadas de varios productos indicados. Producto de una suma indicada por otra suma ú otra diferencia indicadas. Variación del producto cuando uno de los

dos factores se multiplica por un entero. Particularidades de la multiplicación. *Ejercicios prácticos sobre las multiplicaciones indicadas con datos que sean otras operaciones indicadas.*

LECCIÓN XI.

División de enteros: 1.º y 2.º casos.

División: definiciones y signo. Naturaleza de esta operación. Corolarios que se deducen de las definiciones anteriores. Modo de averiguar si el cociente tiene una ó varias cifras. Casos que conviene distinguir en la división de enteros. Práctica del primer caso. Construcción y aplicación de una tabla de dividir. Resolución del segundo caso: regla esencial y regla práctica del mismo. *Ejercicios prácticos sobre estos casos de la división.*

LECCIÓN XII.

División de enteros: 3.º caso.

Resolución del caso de dividir en que el cociente tiene varias cifras. Divisiones, dividendos, cocientes y restos parciales. Dividendo, cociente y resto total. Regla esencial y regla práctica de la división de enteros. Principio fundamental de la división y corolarios. Casos particulares en los cuales se abrevia la división. *Ejercicios prácticos acerca de la división de enteros.*

LECCIÓN XIII.

Propiedades de la división de enteros.

Cociente de dividir el dividendo por el cociente, en toda división completa, y cociente de dividir el dividendo rebajado en el resto, por el cociente entero, en toda división incompleta. Pruebas de la multiplicación y división. Definiciones de entero *divisible ó múltiplo, divisor ó factor, y parte alicuota ó submúltiplo.* Cociente de una suma ó diferencia indicadas de varios enteros por otro. Separación de un divisor común en sumas ó diferencias indicadas de varios cocientes indicados. Condiciones para que una suma ó diferencia indicada de varios enteros sea *divisible* por otro. Variaciones que experimenta el cociente de dos enteros, según que el dividendo, ó el divisor, ó ambos se multipliquen ó dividan por un entero. Particularidades de la división. *Ejercicios prácticos sobre las divisiones indicadas con datos que sean otras operaciones indicadas.*

LECCIÓN XIV.

Propiedades de los productos de varios factores enteros.

Definición y notación de producto de varios factores. Invariabilidad del mismo, sea cualquiera la colocación de sus factores. Corolarios y observaciones importantes. Cociente completo de dividir otro cociente indicado por un entero. Corolario. POTENCIA de un número: defini-

ciones, notación y expresión. RAIZ: definiciones, notación y expresión. Potencia de un producto indicado. Producto de varias potencias de un mismo número: Corolarios. *Ejercicios prácticos sobre los productos de varios factores y potencias de los enteros.*

PROPIEDADES DE LOS ENTEROS.

LECCIÓN XV.

Divisibilidad de enteros.

Definiciones relativas á la divisibilidad. Todo divisor de un entero lo es también de un múltiplo cualquiera de dicho entero: Corolario. Propiedad de todo divisor común del dividendo y divisor de una división incompleta, y de todo divisor común del divisor y del resto. Caracteres de divisibilidad por 10, 100, 10^n , 2, 5, 4, 25, 2^n , 5^n , 9, 3, y 11. *Ejercicios prácticos acerca de la divisibilidad de enteros.*

LECCIÓN XVI.

Teoría de los números primos.

Definiciones relativas á los números primos. Propiedad de todo número compuesto. Propiedad de todo entero no divisible por los enteros cuyos cuadrados no le exceden: corolario y regla para averiguar si un número dado es primo. Número de enteros primos. Construcción de una tabla de números primos. Números primos entre sí y primos dos á dos. Divisor común correspondiente á dos números que no sean primos entre sí: corolarios. *Ejercicios prácticos sobre los números primos.*

LECCIÓN XVII.

Teoría del máximo común divisor.

Definición y expresión abreviada del máximo común divisor. Teorema fundamental: consecuencia: regla para hallar el *m. c. d.* de dos números y observaciones sobre la misma. Teorema fundamental para deducir el *m. c. d.* de varios números: corolario: regla para hallar el *m. c. d.* de varios números y observaciones sobre la misma. *Ejercicios prácticos acerca del m. c. d. de dos ó más números.*

LECCIÓN XVIII.

Propiedades del máximo común divisor.

Variaciones que experimenta el *m. c. d.* de dos ó varios números, según que todos ellos se multipliquen ó dividan por un mismo número: corolario directo y recíproco. Propiedad de todo entero que sea *divisor* de un producto de dos factores, y *primo con* uno de ellos. Propiedad de todo número primo que divida exactamente á un producto de varios factores: corolarios. Propiedad de todo entero *divisible* por dos ó más pri-

mos entre sí dos á dos, con respecto al producto de éstos: sus aplicaciones á la divisibilidad por números *compuestos*. *Ejercicios prácticos sobre la divisibilidad por toda clase de enteros.*

LECCIÓN XIX.

Teoría del mínimo común múltiplo.

Definición y expresión abreviada del mínimo común múltiplo. Teorema fundamental: consecuencia: regla para hallar el *m. c. m.* de dos números y observaciones sobre la misma. Teorema fundamental para deducir el *m. c. m.* de varios números: corolario: regla para hallar el *m. c. m.* de varios números y observaciones sobre la misma. Propiedades del *m. c. m.* análogas á las del *m. c. d.* *Ejercicios prácticos acerca del m. c. m. de dos ó más números.*

LECCIÓN XX.

Divisores ó factores de los enteros.

Determinación de todos los factores simples de un entero, ó descomposición de un entero en sus factores simples: regla para lograrlo. Teorema relativo á la invariabilidad de un sistema de factores simples, sea cualquiera el factor por quien primero se divida el número: corolarios. Teorema fundamental para la determinación de todos los factores de un número: regla para ello. Número total de factores de un número. Deducción de las reglas para hallar el *m. c. d.* y el *m. c. m.* por medio de los factores de los números dados. *Ejercicios prácticos sobre la descomposición de los enteros en factores simples y compuestos, y determinación por medio de ellos, del m. c. d. y m. c. m. de dos ó más números.*

NÚMEROS FRACCIONARIOS.

QUEBRADOS ORDINARIOS.

LECCIÓN XXI.

Propiedades de los quebrados ó fracciones ordinarias.

Definición, origen y generación de los números fraccionarios. Unidad fraccionaria. División de los números fraccionarios. Numeración de los quebrados. Identidad entre un quebrado y el cociente completo del numerador por su denominador: corolarios. Quebrados propios é impropios. Extracción del entero que contiene un quebrado impropio. Conversión de un entero y número mixto en quebrado. Comparación de dos fracciones de igual numerador ó denominador. Alteraciones que experimenta un quebrado, según las que se verifiquen en cada término ó en ambos, ya sea por vía de adición ó sustracción, ya por vía de multiplicación ó división. *Ejercicios prácticos sobre escritura, lectura, extracción del entero de los quebrados impropios, y conversión de enteros y mixtos en quebrados.*

LECCIÓN XXII.

Transformaciones de los quebrados.

Simplificación: definiciones. Propiedad de todo quebrado equivalente á otro cuyos términos sean primos entre sí. Condición necesaria y suficiente para que un quebrado sea irreducible: corolario. Reducción de un quebrado á su más simple expresión: regla. Procedimiento usual de simplificación de quebrados.—Reducción de quebrados á un común denominador: regla.—Reducción de quebrados al mínimo común denominador: regla. Casos particulares. *Ejercicios prácticos acerca de la simplificación de quebrados y reducción á un común denominador.*

LECCIÓN XXIII.

Adición y sustracción de quebrados.

Aplicación á los quebrados de las definiciones relativas á estas operaciones. Casos que conviene distinguir en ambas. Adición y sustracción de quebrados de igual denominador: reglas. Adición y sustracción de quebrados de diferente denominador: reglas. Adición y sustracción de números mixtos: reglas. Casos particulares. Aplicación á los quebrados de las propiedades de la adición y sustracción de enteros. *Ejercicios prácticos sobre la adición y sustracción de números fraccionarios.*

LECCIÓN XXIV.

Multiplicación de quebrados.

Definición general de la multiplicación aplicada á los quebrados. Casos que conviene distinguir en la multiplicación de quebrados. Multiplicación de un quebrado ó mixto por un entero: reglas. Multiplicación de un entero, quebrado ó mixto por un quebrado: reglas. Multiplicación de un entero, quebrado ó mixto por otro mixto: reglas. Quebrado de quebrado ó de un número cualquiera: regla para convertirlo en quebrado de la unidad. Aplicación á los quebrados de las propiedades de la multiplicación de enteros. *Ejercicios prácticos sobre la multiplicación de números fraccionarios y quebrados de quebrados.*

LECCIÓN XXV.

División de quebrados.

Aplicación á los quebrados de las definiciones correspondientes á la división de enteros. Casos que conviene distinguir. División de un quebrado ó mixto por un entero: reglas. División de un entero, quebrado ó mixto por un quebrado: reglas. División de un entero, quebrado ó mixto por otro mixto: reglas. Aplicación á los quebrados de las propiedades de la división de enteros. *Ejercicios prácticos sobre la división de números fraccionarios.*

LECCIÓN XXVI.

Productos de varios factores fraccionarios.

Modo de obtener el producto final de varios factores fraccionarios. Invariabilidad del mismo sea cualquiera el lugar que ocupen sus factores: corolarios. POTENCIAS de los quebrados y de los números mixtos. Potencia de un quebrado irreducible: corolarios. Propiedad de las potencias sucesivas de los números mayores que la unidad. Idem de los menores. Generalización de las operaciones expuestas á otros quebrados, cuyos términos sean también números fraccionarios. *Ejercicios prácticos sobre productos y potencias de números fraccionarios.*

FRACCIONES Ó QUEBRADOS DECIMALES.

LECCIÓN XXVII.

Números y propiedades de las fracciones decimales.

Definiciones y generación de las fracciones decimales. Unidad fraccionaria decimal. Relaciones entre una unidad entera ó decimal y las inferiores ó subdúcpas. Numeración decimal completa de números conmensurables. Principios fundamentales de la numeración decimal. Principio convencional de la numeración decimal hablada. Regla para enunciar un número decimal. Principio convencional de la numeración decimal escrita. Reglas para escribir y leer números decimales. Variaciones que experimenta un número decimal, según se corra la coma uno ó más lugares hácia la derecha ó hácia la izquierda. Invariabilidad de un decimal por la colocación ó supresión de ceros en la derecha. Simplificación y reducción de decimales á una denominación común. *Ejercicios prácticos sobre escritura y lectura de números decimales.*

LECCIÓN XXVIII.

Conversión de quebrados en decimales y viceversa (*)

Conversión de un quebrado en decimal: regla. Diferentes clases de fracciones decimales que resultan. La fracción decimal correspondiente á cualquier ordinaria es necesariamente exacta ó periódica: corolarios. Conversión de decimales en quebrados: casos que comprende: reglas para cada caso. Casos particulares. *Ejercicios prácticos sobre la conversión de quebrados en decimales y viceversa.*

(*) En lo que sigue la palabra *quebrado* designará *fracción ordinaria*, y *número decimal* la palabra *decimal*.

LECCIÓN XXIX.

Relaciones entre los quebrados y los decimales.

Relación entre un quebrado irreducible, generador de una decimal exacta, y dicha fracción exacta. Condición necesaria y suficiente para que un quebrado irreducible dé origen á una decimal exacta. Número de cifras decimales de ésta. Relación entre un quebrado irreducible, generador de una decimal periódica pura, y ésta. Condición necesaria y suficiente para que un quebrado irreducible dé origen á una decimal periódica pura. Relación entre un quebrado irreducible, generador de una decimal periódica mixta, y ésta. Condición necesaria y suficiente para que un quebrado irreducible dé origen á una decimal periódica mixta. Número de cifras de la parte no periódica. *Ejercicios prácticos sobre las anteriores relaciones.*

LECCIÓN XXX.

Adición, sustracción, multiplicación y división de decimales.

Adición de números decimales: regla. Casos particulares. Sustracción de decimales: regla. Casos particulares. Multiplicación de decimales: casos que conviene distinguir: regla de cada uno. Casos particulares. División de números decimales: casos que conviene distinguir: regla de cada uno. Casos particulares. *Ejercicios prácticos sobre las operaciones fundamentales con números decimales.*

NÚMEROS INCONMENSURABLES.

LECCIÓN XXXI.

Propiedades de los números inconmensurables.

Expresión aproximada de los inconmensurables por medio de números conmensurables: teorema fundamental: error por exceso y por defecto. Cantidades variables y constantes: límite de las primeras. Teoremas de los límites: su aplicación á los números inconmensurables. Invariabilidad de un producto de factores enteros, quebrados ó inconmensurables, cualquiera que sea el orden de colocación de sus factores. Operaciones con números inconmensurables. Origen aritmético de estos números. *Ejercicios prácticos acerca de las operaciones con decimales periódicas é inexactas, consideradas como inconmensurables, con relación á la base de nuestro sistema de numeración.*

RAICES DE LOS NÚMEROS.

LECCIÓN XXXII.

Raiz cuadrada de los enteros.

Definiciones: raíz cuadrada exacta y entera: residuo. Investigación de la raíz cuadrada de un entero: casos que conviene distinguir. Práctica del primero: construcción y aplicación de una tabla de potencias de enteros. Teoremas fundamentales para la resolución del segundo caso: corolarios: reglas esencial y práctica del mismo, cuando las cifras del número dado no exceden de cuatro. Idem cuando son en mayor número. Comprobación de cada cifra de la raíz cuadrada y prueba total. *Ejercicios prácticos sobre la extracción de la raíz cuadrada de los números enteros.*

LECCIÓN XXXIII.

Propiedades de la raíz cuadrada de enteros.

Raíces cuadradas enteras por defecto y por exceso: su relación con la exacta: corolarios. Método abreviado para obtener la segunda mitad de cifras de la raíz cuadrada de un entero, averiguadas ya la primera mitad. Caracteres de irracionalidad. *Ejercicios prácticos sobre la extracción abreviada de la raíz cuadrada de enteros.*

LECCIÓN XXXIV.

Raiz cúbica de los enteros.

Definiciones: raíz cúbica exacta y entera: residuo. Investigación de la raíz cúbica de un entero: casos que conviene distinguir. Práctica del primer caso: aplicación de la tabla de potencias de enteros. Teoremas fundamentales para la resolución del segundo caso: corolarios: reglas esencial y práctica del mismo, cuando las cifras del número dado no exceden de seis. Id. cuando son en mayor número. Comprobación de cada cifra de la raíz cúbica y prueba total. *Ejercicios prácticos sobre la extracción de la raíz cúbica de los números enteros.*

LECCIÓN XXXV.

Propiedades de la raíz cúbica de enteros.

Raíces cúbica enteras por defecto y por exceso: su relación con la exacta: corolarios. Método abreviado para obtener la segunda mitad de cifras de la raíz cúbica de un entero, averiguadas ya la primera mitad más una. Caracteres de irracionalidad. *Ejercicios prácticos sobre la extracción abreviada de la raíz cúbica de enteros.*

LECCIÓN XXXVI.

Raíz cuadrada de los números fraccionarios.

Procedimiento general para extraer la raíz cuadrada de un quebrado: casos que conviene distinguir. Regla para extraer la raíz cuadrada, si los dos términos del quebrado son cuadrados perfectos. Segundo caso: modo de transformar un quebrado en otro equivalente, cuyo denominador sea cuadrado perfecto. Id. para que su denominador se convierta en mínimo cuadrado perfecto: regla general para extraer la raíz cuadrada de un quebrado. Regla para extraer la raíz cuadrada de un número decimal. Caracteres de irracionalidad relativos á quebrados y decimales. *Ejercicios prácticos sobre la extracción de raíces cuadradas de quebrados ordinarios y decimales.*

LECCIÓN XXXVII.

Raíz cúbica de los números fraccionarios.

Procedimiento general para extraer la raíz cúbica de un quebrado: casos que conviene distinguir. Regla para extraer la raíz cúbica, si los dos términos del quebrado son cubos perfectos. Segundo caso: modo de transformar un quebrado en otro equivalente, cuyo denominador sea cubo perfecto: regla general para extraer la raíz cúbica de un quebrado. Regla para extraer la raíz cúbica de un número decimal. Caracteres de irracionalidad relativos á quebrados y decimales. *Ejercicios prácticos sobre la extracción de las raíces cúbicas de los quebrados ordinarios y decimales.*

LECCIÓN XXXVIII.

Aproximación de las raíces inconmensurables.

Extraer la raíz de un número con un error menor que una fracción dada: regla general: su traducción para la raíz cuadrada y cúbica. Extraer la raíz de un número con un error menor que una unidad fraccionaria ó parte alicuota dada: regla general: su traducción para la raíz cuadrada y cúbica. Aproximación por cifras decimales de la raíz de un número: regla general: su traducción para la raíz cuadrada y cúbica. *Ejercicios prácticos sobre la aproximación de las raíces inexactas.*

APÉNDICE AL CÁLCULO DE LOS NÚMEROS.

LECCIÓN XXXIX.

Cálculo aproximado de los números.

Manera de valuar los números inconmensurables, y decimales inexactos ó de muchas cifras decimales, con un error menor que una unidad

decimal dada. Error de una suma y diferencia, cuyos datos estén valuados por defecto, con un error menor que una unidad decimal dada. Adición y sustracción aproximadas: reglas de las mismas. Error de un producto en que uno de los factores esté aproximado por defecto. Regla de la multiplicación abreviada. *Ejercicios prácticos sobre la adición, sustracción y multiplicación aproximadas de los números.*

COMPARACIÓN ARITMÉTICA.

LECCIÓN XL.

Proporciones ó igualdades fraccionarias.

Definiciones relativas á las proporciones. Teorema fundamental y recíproco del fundamental. Investigación de un medio ó de un extremo de una proporción discreta, conocidos los otros tres términos: reglas: cuarto proporcional. Investigación de un extremo ó del término medio común de una proporción continua: reglas: tercero proporcional: medio proporcional. Variaciones de lugar que pueden sufrir los términos de una proporción, sin que ésta se altere. Propiedad de dos proporciones que tienen comunes dos de sus términos: corolarios. *Ejercicios prácticos relativos á las proporciones.*

LECCIÓN XLI.

Transformación de las proporciones por medio de las operaciones aritméticas.

Persistencia de una proporción aunque se multipliquen ó dividan un medio y un extremo por un mismo número: simplificación de las proporciones que tengan términos enteros ó fraccionarios. Proporción resultante de la multiplicación ó división ordenada de varias proporciones, y de la elevación á una misma potencia ó extracción de la raíz del mismo grado, de todos los términos de una proporción. Comparación de la suma ó diferencia de los dos términos de cada razón, con su antecedente ó consecuente: de la suma de los términos de cada razón, con su diferencia; y de las sumas de antecedentes y de consecuentes, con los términos de cada razón. *Ejercicios prácticos que se pueden hacer utilizando las anteriores propiedades.*

LECCIÓN XLII.

Series de razones iguales y cantidades medias.

Definiciones relativas á las series de razones iguales. Teorema fundamental. División de un número dado, en partes proporcionales á otros números dados: regla. Cantidades medias: definiciones. Propiedades de los medios diferenciales ó promedios, y regla para determinarlos. Pro-

propiedades de las cantidades medias factoriales, llamadas también proporcionales ó geométricas, y regla para determinarlas. *Ejercicios prácticos de repartimientos proporcionales y averiguación de cantidades medias.*

NÚMEROS CONCRETOS.

LECCIÓN XLIII.

Sistema de medidas, pesas y monedas de Castilla.

Definición de medida, unidad concreta y patrón ó modelo. Necesidad de tantas unidades concretas como clases de cantidades se consideren. Conveniencia de unidades concretas de diferente magnitud. Unidades lineales, superficiales y de volumen. Unidades de peso ó pesas. Unidades de capacidad. Unidades agrarias. Unidades de dinero ó monedas. Unidades de tiempo. Indicación de unidades que correspondan á otras cantidades no incluidas en los anteriores conceptos. Relaciones entre las diferentes unidades de una misma naturaleza.

LECCIÓN XLIV.

Sistema métrico decimal de medidas, pesas y monedas.

Exposición del sistema métrico decimal. Unidad fundamental. Unidades principales: relaciones que tienen entre sí. Unidades múltiples y submúltiplas: sus relaciones de magnitud. Unidades usuales. Sistema monetaria. Ventajas del sistema métrico decimal. Equivalencias recíprocas entre las unidades del sistema métrico decimal y las de Castilla.

LECCIÓN XLV.

Numeración y transformaciones de números concretos.

Definiciones de concretos, incomplejos, complejos y números métricos. Numeración de los números incomplejos y complejos, y de los métricos. Conversión de un incomplejo en otro equivalente de especie superior ó inferior. Id. de los números métricos. Transformación de complejos en incomplejos y viceversa. Id. de los números métricos. Aplicación de las tablas de equivalencias para la conversión de números métricos en otros equivalentes del sistema antiguo y viceversa. *Ejercicios prácticos acerca de la numeración y transformaciones de números concretos antiguos y métricos.*

LECCIÓN XLVI.

Adición y sustracción de concretos.

Cuestiones prácticas que conducen al uso de la suma y resta. Observaciones sobre la naturaleza de los datos y resultado en ambas opera-

ciones. Casos que conviene distinguir en la adición y sustracción de números concretos. Adición y sustracción de concretos incomplejos: reglas. Idem de concretos complejos: reglas. Adición y sustracción de números métricos. *Ejercicios prácticos sobre la adición y sustracción de concretos.*

LECCIÓN XLVII.

Multiplicación de concretos.

Multiplicación de concretos: observaciones generales. Problemas prácticos que se resuelven por la multiplicación. Casos que conviene distinguir en la multiplicación de concretos. Multiplicación de dos incomplejos: regla. Multiplicación de un complejo por un incomplejo: regla. Multiplicación de un complejo ó incomplejo por un complejo: regla. Consideraciones sobre los resultados de la multiplicación de concretos. Método de multiplicación de complejos conocido con el nombre de partes alicuotas. *Ejercicios prácticos sobre la multiplicación de concretos.*

LECCIÓN XLVIII.

División de concretos.

División de concretos: observaciones generales. Problemas prácticos que se resuelven por la división. Casos que conviene distinguir en la división de concretos heterogéneos. División de dos incomplejos: regla. División de un complejo por un incomplejo: regla. División de un complejo ó incomplejo por otro complejo: regla. Consideraciones sobre los resultados de la división de concretos heterogéneos. División de concretos homogéneos: regla general. *Ejercicios prácticos sobre la división de concretos.*

COMPARACIÓN DE CONCRETOS.

LECCIÓN XLIX.

Cantidades proporcionales.

Cantidades relativas. Id. proporcionales: diferentes clases de proporcionalidad. Modo de conocer si dos cantidades relativas son directamente proporcionales. Modo de conocer si dos cantidades relativas son inversamente proporcionales. Modo de conocer si dos cantidades relativas son recíprocamente proporcionales. Indicación de las clases de proporcionalidad que se aplican á las cuestiones aritméticas. *Ejercicios prácticos para ver la clase de proporcionalidad que liga á dos cantidades relativas.*

CUESTIONES PRÁCTICAS DEPENDIENTES DE LAS PROPORCIONES.

LECCIÓN L.

Regla de tres.

Definición de la regla de tres: división de la regla de tres. Problema general que se resuelve en la regla de tres simple y manera de efectuarlo. Problema general que se resuelve en la regla de tres compuesta y manera de efectuarlo. Resolución de ambos por el método de reducción á la unidad. Aplicación de las reglas generales á problemas particulares. *Ejercicios prácticos sobre la resolución de los problemas que dependen de la regla de tres.*

LECCIÓN LI.

Regla de interés simple.

Definiciones relativas á la regla de interés: división de la regla de interés. Principios fundamentales del interés simple. Investigación de la igualdad que liga entre sí las cantidades que entran en las cuestiones de interés simple. Caso particular cuando el tiempo es un año. Determinación de cada una de dichas cantidades cuando se conocen las restantes. Aplicación á problemas particulares. *Ejercicios prácticos sobre las cuestiones de interés simple.*

LECCIÓN LII.

Regla de descuento.

Idea de factura, letra de cambio y pagaré. Definición de la regla de descuento. Clases de descuento: descuento comercial; resolución de todas las cuestiones que á él se refieren: descuento racional, resolución de todas las cuestiones que á él se refieren. Comparación de ambos descuentos. *Ejercicios prácticos sobre las cuestiones de descuento.*

LECCIÓN LIII.

Repartimientos proporcionales ó prorrateos.

Dividir un número en partes proporcionales á otros números dados por el método de reducción á la unidad.—Aplicación del problema anterior á la regla de compañía: definiciones relativas á la regla de compañía: principios fundamentales de la misma: su división en simple y compuesta y manera de resolver ambas.—Reparto de contribuciones.—Cupos de quintas.—Socorros mútuos. *Ejercicios prácticos sobre las cuestiones relativas á los repartimientos proporcionales.*

LECCIÓN LIV.

Regla de aligación.

Objeto de la regla de aligación.—Mezclas: principios fundamentales de las mezclas, aplicables á la regla de aligación.—División de la regla de aligación. Regla de aligación directa y manera de resolverla. Regla de aligación inversa y manera de resolverla, cuando sean dos las cantidades que se quieren mezclar, y cuando sean varias. Indeterminación de los resultados de la aligación inversa: medio de que desaparezca. *Ejercicios prácticos sobre las cuestiones que se resuelven por medio de la regla de aligación.*

LECCIÓN LV.

Regla conjunta.

Objeto de la regla llamada conjunta.—Cantidades equivalentes: su notación y expresión. Las cantidades equivalentes son también directamente proporcionales.—Principio fundamental de la regla conjunta. Condición para que se convierta en igualdad la equivalencia resultante. Modo de practicar la regla conjunta.—Aplicación de la misma á los cambios. Cambio directo y cambio indirecto.—Arbitraje. *Ejercicios prácticos sobre las cuestiones que se pueden resolver por medio de la regla conjunta.*

LECCIÓN LVI.

Cuestiones de porcentaje.

Definiciones de tanto por ciento de una cantidad, tanto por uno, tanto por cuanto y uno por tantos. Conversión de todas ellas en tanto por ciento.—Resolución general de todas las cuestiones de porcentaje.—Aplicación á las rentas sobre el papel del Estado, derechos de aduana, comisiones, corretajes, taras, seguros y cambios. *Ejercicios prácticos acerca de las cuestiones que pueden resolverse por medio del porcentaje.*

ÁLGEBRA.

LECCIÓN LVII.

Nociones preliminares.

Definición del Álgebra.—Su objeto, fin y medios. Cantidad: caracteres que la distinguen del número. Maneras de considerar en Álgebra la cantidad.—División de la cantidad, atendido su valor cuantitativo. Idem atendiendo á su valor cualitativo. División general de las cantidades en reales é imaginarias. Ejemplos que faciliten la inteligencia de las divisiones mencionadas. Deducción de las relaciones de magnitud entre las cantidades positivas y negativas, de una série ilimitada de enteros consecutivos decrecientes. *Ejercicios prácticos para distinguir las cantidades algebraicas de las determinaciones aritméticas y geométricas, la cualidad y relaciones de magnitud de las cantidades.*

LECCIÓN LVIII.

Notación y nomenclatura algebraica.

Definiciones. Clases de símbolos que se usan en Álgebra.—Representación de las cantidades.—Signos que se usan. Representación algebraica de las cantidades positivas, negativas é imaginarias. Interpretación del signo *mas menos*. Cantidad ó expresión algebraica ó literal. Término de una expresión algebraica: sus elementos formales. Interpretación de los coeficientes y exponentes.—Clasificación de las expresiones algebraicas por el número de términos. Id. por su forma: racionales é irracionales; enteras, fraccionarias y radicales. *Ejercicios prácticos sobre escritura, lectura y nomenclatura de cantidades algebraicas.*

LECCIÓN LIX.

Grado y valor numérico de una expresión algebraica.

Definiciones relativas al grado de un monomio y de un polinomio: regla para obtenerlo. Polinomios homogéneos.—Ordenación de polinomios por el grado de sus términos con respecto á una letra. Definición de fórmula algebraica: su traducción al lenguaje vulgar.— Toda expresión algebraica es en general una fórmula algebraica: regla para hallar su valor numérico.—División del Álgebra según la manera de estudiar la cantidad. División del Álgebra elemental: cálculo algebraico y comparación algebraica.—Diferencias que existen entre el cálculo algebraico y el aritmético.—Ventajas del cálculo algebraico, patentizadas en un ejemplo sencillo. *Ejercicios prácticos sobre determinación de grados, valor numérico de expresiones algebraicas y traducción al idioma común de fórmulas algebraicas.*

CÁLCULO ALGEBRAICO.

LECCIÓN LX.

Adición de expresiones enteras.

Definiciones relativas á la adición algebraica.—Casos que conviene distinguir: Adición de monomios: regla y consecuencias inmediatas.—Términos semejantes: su reducción.—Casos que comprende: reducción de varios términos semejantes con igual signo; id. de dos términos semejantes con diferente signo; id. de varios términos semejantes con signos cualesquiera. Adición de polinomios: regla. Ordenación de los sumandos si tienen términos semejantes. Diferencia entre suma algebraica y suma aritmética. Descomposición de un polinomio en una suma de dos ó más sumandos. *Ejercicios prácticos sobre la adición y simplificación de expresiones enteras.*

LECCIÓN LXI.

Sustracción de expresiones enteras.

Definiciones relativas á la sustracción algebraica. Casos que conviene distinguir. Sustracción de monomios: regla.—Manera de mudar el signo á un término de un binomio.—Sustracción de polinomios: regla. Manera de mudar los signos á varios términos de un polinomio.—Ordenación de los datos si tienen varios términos semejantes.—Diferencia entre resta algebraica y resta aritmética. *Ejercicios prácticos sobre la sustracción de expresiones enteras.*

LECCIÓN LXII.

Multiplicación de expresiones enteras: 1.^{er} caso.

Definiciones relativas á la multiplicación algebraica.—Casos que conviene distinguir. Multiplicación de dos monomios: ley de los signos: regla de los coeficientes: regla de las letras; y regla de los exponentes.—Regla general para multiplicar dos monomios. Multiplicación de varios monomios: signo del producto final, deducido del número de factores negativos. Variación que experimenta el signo del producto, según los cambios de signo que se hagan en los factores.—Descomposición de un monomio en un producto de otros dos ó más. *Ejercicios prácticos acerca de la multiplicación de monomios enteros.*

LECCIÓN LXIII.

Multiplicación de expresiones enteras: 2.^o y 3.^{er} casos.

Multiplicación de un polinomio por un monomio: regla. Número de términos del producto. Homogeneidad del producto si lo es el polino-

mio.—Separación del factor común de varios términos de un polinomio.—Multiplicación de dos polinomios: regla.—Número de términos del producto antes de la reducción. Homogeneidad del producto, si son homogéneos ambos factores. Indicación de los dos términos irreducibles del producto. Ordenación de los polinomios cuando resulten muchos términos semejantes.—Cuadrado de la suma ó diferencia de dos cantidades. Producto de la suma de dos cantidades por la diferencia de las mismas. *Ejercicios prácticos sobre la multiplicación de polinomios.*

LECCIÓN LXIV.

División de expresiones enteras: 1.^{er} caso.

Definiciones relativas á la división algebraica.—Casos que conviene distinguir.— División de un monomio por otro: ley de los signos: regla de los coeficientes: regla de las letras; y regla de los exponentes.—Regla general para dividir un monomio por otro.—Variación que experimenta el signo del cociente, según los cambios de signo que se hagan en el dividendo y divisor.—División completa: condiciones para que un monomio sea divisible por otro. División incompleta: origen de las expresiones fraccionarias. *Ejercicios prácticos sobre la división de un monomio por otro.*

LECCIÓN LXV.

División de expresiones enteras: 2.^o y 3.^{er} casos.

División de un polinomio por un monomio: regla.—Número de términos del cociente en la división completa. Condiciones para que un polinomio sea divisible por un monomio. División incompleta: manera de completar el cociente entero: origen de las expresiones algebraicas mixtas.—División de un polinomio por otro: regla. Ordenación de los datos para facilitar la investigación del cociente. Casos particulares. Observaciones generales. División de un monomio por un polinomio: el cociente es necesariamente incompleto. Condiciones de divisibilidad de un polinomio por otro. *Ejercicios prácticos sobre la división de polinomios.*

LECCIÓN LXVI.

Propiedades de las fracciones algebraicas.

Definiciones generales relativas á las fracciones. Variaciones que experimenta una fracción algebraica, según que uno de sus términos se multiplique ó divida por una cantidad. Casos en que no varía la fracción aunque varíen sus términos. Simplificación de fracciones algebraicas: regla cuando sus términos sean monomios.—Reducción de fracciones algebraicas á un común denominador y al mínimo común denominador. Expresiones mixtas: su conversión en otras totalmente fraccionarias. *Ejercicios prácticos acerca de la simplificación y reducción á un común denominador de las fracciones algebraicas.*

LECCIÓN LXVII.

Operaciones fundamentales con las fracciones algebraicas.

Adición y sustracción de fracciones algebraicas y expresiones mixtas: reglas.—Multiplicación de fracciones literales y expresiones mixtas por cantidades enteras, fraccionarias y mixtas: reglas. División de fracciones literales y expresiones mixtas por cantidades enteras, fraccionarias y mixtas: reglas.—Casos particulares de multiplicación y división de fracciones algebraicas. Cantidad inversa de otra. *Ejercicios prácticos acerca de las operaciones fundamentales con las expresiones fraccionarias.*

LECCIÓN LXVIII.

Cantidades con exponente cero y exponente negativo.

Origen de las cantidades con exponente positivo, cero y negativo. Interpretación de cada una de ellas. Aplicación de los exponentes negativos para dar forma entera á las fracciones algebraicas. Cambio de factores de un término al otro en una fracción literal. Operaciones fundamentales de las cantidades con exponentes negativos. Ventajas de la introducción de los exponentes negativos en las divisiones incompletas. *Ejercicios prácticos sobre las operaciones fundamentales con cantidades que tengan exponente negativo.*

COMPARACIÓN ALGEBRAICA.

LECCIÓN LXIX.

Nociones preliminares sobre las ecuaciones.

Igualdad: miembros de la igualdad: axioma en que se funda el uso y transformación de las igualdades: consecuencias inmediatas.—Desigualdad: miembros de la desigualdad: axioma en que se funda el uso y transformación de las desigualdades: consecuencias inmediatas.—Ecuación: miembros de una ecuación. Ecuaciones numéricas y literales. Clasificación de las ecuaciones por el número de incógnitas.—Identidad: su uso. Qué es resolver una ecuación: soluciones de las ecuaciones.—Ecuaciones determinadas, indeterminadas y equivalentes.—Operaciones que convierten una ecuación en otra equivalente: consecuencias inmediatas. Caso en que se aumenta el número de soluciones, ó aparecen soluciones extrañas, y caso en que disminuye dicho número de soluciones. *Ejercicios prácticos para distinguir las igualdades, identidades y ecuaciones, y transformación de éstas.*

LECCIÓN LXX.

Preparación general de las ecuaciones.

Preparación de una ecuación: condiciones para que esté preparada ó reducida á su expresión más sencilla con términos enteros. Manera de quitar los denominadores de una ecuación: casos en que los denominadores tengan factores comunes. Modo de transponer los términos de una ecuación. Reducción de términos semejantes y agrupación en uno sólo de los que tengan la incógnita con igual exponente. Cambio de signos si el término que tiene la incógnita con mayor exponente, es negativo. Regla general para preparar una ecuación. Grado de una ecuación. Clasificación de las ecuaciones por sus grados. *Ejercicios prácticos sobre preparación de ecuaciones.*

LECCIÓN LXXI.

Preparación y resolución de ecuaciones de 1.^{er} grado con una incógnita.

Preparación de una ecuación numérica y otra literal de primer grado con una incógnita. Forma general de la ecuación de primer grado con una incógnita ya preparada. Resolución de estas ecuaciones. Número de soluciones y su comprobación. Casos particulares en que no sean necesarios todos los trámites de la preparación completa. Despejar la incógnita en estas ecuaciones: $a+x=b$, $a-x=b$, $x-a=b$, $ax=b$, $x/a=b$ y $a/x=b$. *Ejercicios prácticos sobre la resolución de las ecuaciones de primer grado con una incógnita.*

LECCIÓN LXXII.

Problemas particulares de 1.^{er} grado con una incógnita.

Definiciones. Regla general para el planteo de un problema. Datos explícitos é implícitos de los enunciados.—Número necesario y suficiente de ecuaciones para que el problema sea determinado. Casos en que un problema puede plantearse con una sola ecuación, á pesar de contener su enunciado más de una incógnita. Ejemplos de resolución de problemas particulares de primer grado con una incógnita. Comprobación de la solución en la ecuación del planteo y en el enunciado del problema. *Ejercicios prácticos acerca de la resolución de problemas particulares de primer grado con una incógnita.*

LECCIÓN LXXIII.

Problemas generales de 1.^{er} grado con una incógnita.

Definición. Resolución de problemas generales de primer grado con una incógnita. Soluciones de estos problemas: importancia de las fór-

mulas. Modo de generalizar un problema particular. Generalización de algunos problemas particulares resueltos antes. *Ejercicios prácticos acerca de la resolución de problemas generales de primer grado con una incógnita.*

LECCIÓN LXXIV.

Discusión de la ecuación y problemas de 1.^{er} grado con una incógnita.

Soluciones que puede tener una ecuación procedente del planteo de un problema.—Positiva y negativa; entera y fraccionaria; cero, infinita é indeterminada. Condiciones que han de tener el miembro conocido y el coeficiente de la incógnita en la ecuación preparada para obtener las soluciones anteriores.—Demostrar que todas ellas satisfacen la ecuación correspondiente. Investigar la interpretación que debe darse á dichas soluciones, consideradas como resultados de problemas prácticos. Cuando la solución sea negativa y no satisface al problema que la produjo, cómo se puede modificar el enunciado del problema según la regla de Descartes. Probar que la solución indeterminada por la introducción de valores particulares en las fórmulas, puede hacerse determinada. *Ejercicios prácticos sobre discusión de ecuaciones.*

LECCIÓN LXXV.

Eliminación de incógnitas en sistemas de ecuaciones de 1.^{er} grado.

Formas generales de ecuaciones de primer grado preparadas, con dos, tres ó más incógnitas. Sistemas de ecuaciones: soluciones de un sistema: sistemas equivalentes. Eliminación de incógnitas.—Métodos de reducción, sustitución é igualación para eliminar una incógnita entre dos ecuaciones. Probar que los sistemas resultantes de la eliminación son equivalentes á los primitivos. Resolución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. *Ejercicios prácticos acerca de la eliminación de incógnitas en sistemas de dos ecuaciones y resolución de éstos.*

LECCIÓN LXXVI.

Resolución de sistemas de ecuaciones de 1.^{er} grado con tantas ecuaciones como incógnitas.

Eliminaciones sucesivas para obtener la ecuación final: grado de esta ecuación. Determinación sucesiva de los valores de las incógnitas. Comprobación de estos valores. Conocidos los valores de un número limitado de incógnitas, construir un sistema de ecuaciones. Preferencia de cada uno de los métodos de eliminación, según los casos. Resolución de un sistema determinado cuyas ecuaciones no contengan todas las incógnitas. Determinación de los sistemas resueltos. *Ejercicios prácticos sobre la resolución de sistemas determinados de ecuaciones de primer grado.*

LECCIÓN LXXVII.

**Problemas determinados de 1.^{er} grado
con varias incógnitas.**

Condiciones distintas que han de tener los enunciados de problemas determinados con varias incógnitas.—Resolución por un sistema determinado de dos ecuaciones, de algunos problemas resueltos antes por una sola ecuación con una incógnita. Resolución de problemas particulares de tantas ecuaciones como incógnitas. Idem de problemas generales. *Ejercicios prácticos relativos á la resolución de problemas determinados con varias incógnitas.*

LECCIÓN LXXVIII.

**Discusión de sistemas de ecuaciones y problemas de
1.^{er} grado con tantas ecuaciones como incógnitas.**

Soluciones que puede tener un sistema determinado de ecuaciones procedente del planteo de un problema.—Positiva y negativa; entera y fraccionaria; cero, infinita é indeterminada. Condiciones para que se obtengan las anteriores soluciones. Demostrar que todas ellas satisfacen al sistema resuelto. Interpretación inmediata de las soluciones cero, entero y fraccionaria, positivas ó negativas. Solución infinita. Imposibilidad del problema. Solución indeterminada. Sistemas numéricos indeterminados. *Ejercicios prácticos sobre discusión de sistemas de ecuaciones.*

LECCIÓN LXXIX.

**Sistema de ecuaciones de 1.^{er} grado con más ó menos
ecuaciones que incógnitas.**

Resolución de un sistema con más ecuaciones que incógnitas. Incompatibilidad del sistema en general. Ecuaciones de condición para que sea compatible.—Resolución de un sistema con menos ecuaciones que incógnitas. Resolución de la ecuación final, que tiene dos ó más incógnitas. Indeterminación de ésta y por tanto del sistema. Manera de limitar las soluciones del sistema. *Ejercicios prácticos sobre la resolución de sistemas con más ó menos ecuaciones que incógnitas.*

POTENCIAS Y RAICES DE CANTIDADES ALGEBRAICAS.

LECCIÓN LXXX.

Potencias y raíces de los monomios.

Potencias de un producto, de otra potencia indicada y de un cociente. Ley de los signos en las potencias de monomios. Deducción de la

regla general para elevar un monomio á una potencia: su aplicación al cuadrado y cubo de un monomio entero.—Potencias de las expresiones algebraicas de forma fraccionaria.—Potencias de monomios con exponentes negativos.—Raiz de un producto, de una potencia y de un cociente. Ley de los signos en las raices de los monomios. Deducción de la regla general para extraer la raiz de cualquier grado de un monomio: su aplicación á la raiz cuadrada y cúbica de un monomio entero.—Raices de las expresiones algebraicas de forma fraccionaria. Raices de monomios con exponentes negativos. Origen de las cantidades imaginarias. *Ejercicios prácticos sobre potencias y raices de monomios.*

LECCIÓN LXXXI.

Teoría coordinatoria.

Coordinaciones: su clasificación: modo práctico de formarlas y determinación de su número total.—Permutaciones: su clasificación: modo práctico de formarlas y determinación de su número total.—Combinaciones: su clasificación: modo práctico de formarlas y determinación de su número total. Corolario. *Ejercicios prácticos sobre las coordinaciones, permutaciones y combinaciones.*

LECCIÓN LXXXII.

Fórmula de la potencia de los binomios, ó BINOMIO DE NEWTON.

Primitivo modo práctico de formación de potencias de los binomios. Investigación de los productos sucesivos de binomios, cuyos primeros términos sean los mismos y diferentes los segundos. Leyes de todos los productos sucesivos. Demostración general de estas leyes.—Caso particular en que sean también iguales los segundos términos de los factores binomios. Regla del binomio de Newton.—Aplicación á las potencias de los binomios. *Ejercicios prácticos acerca de la formación de potencias de binomios, utilizando el de Newton.*

LECCIÓN LXXXIII.

Propiedades del binomio de Newton.

Término general del binomio: relación entre cada término del desarrollo y el inmediato siguiente: regla práctica para la formación de términos sucesivos del desarrollo de la potencia de un binomio. Número de términos. Igualdad de los coeficientes de términos equidistantes de los extremos.—Suma de exponentes en cada término del desarrollo. Potencias de binomios en que uno ó ambos términos sean negativos. Casos en que uno ó ambos términos sean la unidad. *Ejercicios prácticos sobre la formación práctica de las primeras potencias de un binomio.*

LECCIÓN LXXXIV.

Potencias de los polinomios.

Aplicación del binomio de Newton á la obtención de las potencias de los polinomios.—Deducción de las reglas para la formación del cuadrado y cubo de un polinomio. Primer término que resulta de restar de la potencia de un polinomio, la potencia de igual grado de los primeros términos del polinomio dado: Id. para el cuadrado y el cubo de un polinomio. *Ejercicios prácticos sobre la elevación á potencias de los polinomios, especialmente al cuadrado y cubo.*

LECCIÓN LXXXV.

Raices de los polinomios.

Procedimiento general para extraer la raíz de cualquier grado de un polinomio: Regla. Aplicación de esta regla á la extracción de la raíz cuadrada y de la cúbica de un polinomio.—Condiciones para que un polinomio tenga raíz cuadrada ó raíz cúbica exacta. Condición para que un trinomio sea cuadrado perfecto; obtención inmediata de su raíz cuadrada.—Indicación de la manera de extraer raíces de grados superiores á la cúbica, de los números enteros. *Ejercicios prácticos acerca de la extracción de raíces de todos grados de los polinomios.*

LECCIÓN LXXXVI.

Cantidades radicales reales.

Raíz de la raíz de una cantidad. Transformaciones que se pueden hacer en las cantidades radicales sin que se altere su valor: simplificación de radicales: reducción á un índice común.—Radicales semejantes: su reducción. Adición, sustracción, multiplicación, división, elevación á potencias y extracción de raíces de expresiones radicales reales. *Ejercicios prácticos acerca de las operaciones posibles con radicales reales.*

LECCIÓN LXXXVII.

Cantidades con exponentes fraccionarios.

Origen de las cantidades con exponentes fraccionarios: su interpretación. Adición, sustracción, multiplicación, división, elevación á potencias y extracción de raíces de las cantidades con exponentes fraccionarios. Casos particulares en que un exponente sea entero y otro fraccionario. Casos particulares en que los exponentes sean uno positivo y otro negativo ó ambos negativos. *Ejercicios prácticos sobre las cantidades con exponentes fraccionarios.*

LECCIÓN LXXXVIII.

Cantidades imaginarias de 2.º grado.

Definiciones relativas á las cantidades imaginarias. Forma general de los monomios imaginarios y su traducción. Binomios imaginarios: forma general de estos.—Binomios imaginarios conjugados.—Operaciones fundamentales con cantidades imaginarias.—Observaciones acerca de los resultados obtenidos. Producto de dos imaginarias conjugadas: descomposición de una suma $a+b$ en un producto de dos factores. Potencias sucesivas de $\sqrt{-1}$.—Potencias y raíces de cantidades imaginarias.—Módulo de un binomio imaginario. Condición para que un binomio imaginario sea cero, y para que sean iguales dos binomios imaginarios. *Ejercicios prácticos sobre las operaciones con cantidades imaginarias.*

COMPARACIÓN ALGEBRAICA DE SEGUNDO GRADO.

LECCIÓN LXXXIX.

Ecuaciones de 2.º grado con una incógnita.

Definiciones. Forma general de la ecuación completa de segundo grado con una incógnita. Id de las incompletas. Resolución de la ecuación pura $ax^2+c=0$: regla.—Resolución de la incompleta $ax^2+bx=0$: regla.—Resolución de la completa: regla. Resolución de la misma cuando el primer término carece de coeficiente: regla. Raíces de una ecuación de segundo grado. *Ejercicios prácticos sobre la resolución de ecuaciones de segundo grado.*

LECCIÓN XC.

Problemas de 2.º grado.

Definiciones. Problemas particulares de segundo grado.—Problemas generales.—Resolución de problemas particulares y generales de segundo grado. Naturaleza de sus soluciones y observaciones sobre las mismas: Determinación de la fórmula para dividir un número en dos sumandos, cuyo producto sea conocido; y un producto en dos factores, cuya suma sea conocida. *Ejercicios prácticos en otros problemas de 2.º grado.*

LECCIÓN XCI.

Discusión de la ecuación completa de 2.º grado con una incógnita.

Propiedades de las raíces de una ecuación completa de segundo grado. Formas que dichas raíces pueden tener: positiva, negativa é imaginaria; entera, fraccionaria é incommensurable. Interpretación de estas raíces consideradas como soluciones de la ecuación, y del problema que la origine. Examen de las raíces de una ecuación de segundo grado con

una incógnita, según los signos de sus coeficientes. Forma de las raíces cuando sean imaginarias. Ejemplos numéricos correspondientes á cada caso. Condiciones de los coeficientes de la ecuación de segundo grado para que las raíces no sean imaginarias. Absurdo que resulta de considerar como valores de las raíces, $\frac{a}{o}$ ó $\frac{o}{o}$, en la ecuación $ax^2+bx+c=0$. *Ejercicios prácticos acerca de la discusión de ecuaciones de segundo grado.*

LECCIÓN XCII.

Aplicaciones de la resolución de las ecuaciones de 2.º grado.

Ecuaciones trinomias. Resolución de las bicuadradas: Número de raíces de estas ecuaciones. Transformación de las raíces en otras más fáciles de calcular.—Ecuaciones binomias. Resolución de las binomias, con potencias de la incógnita menores que la 5.^a. Indicación sobre la manera de resolver los sistemas de ecuaciones de 2.º grado. Resolución de algunos que, después de la eliminación, dan una ecuación reducida de 2.º grado.—Definiciones relativas á máximos y mínimos de las funciones. Definición de cantidad variable, variable independiente y función. Investigación del valor máximo ó mínimo de una función dada: regla. Aplicación á estos dos problemas: 1.º *Dividir un número dado en dos sumandos cuyo producto sea el máximo.* 2.º *Descomponer un número en dos factores cuya suma sea la mínima.* Otros ejercicios prácticos sobre máximos y mínimos.

TEORÍA LOGARÍTMICA.

LECCIÓN XCIII.

Progresiones por diferencia.

Definiciones relativas á las progresiones por diferencia. Expresión y fórmula del término general en función del último término, número de estos y razón de la progresión. Hallar una cualquiera de las otras tres cantidades en función de las demás.—Interpolación de medios diferenciales.—Suma de todos los términos de una progresión por diferencia limitada. Indicación de algunos problemas generales que pueden resolverse por las fórmulas del término general y de la suma de los términos. Otros problemas particulares que se resuelven por las progresiones por diferencia. *Ejercicios prácticos dependientes de las progresiones por diferencia.*

LECCIÓN XCIV.

Progresiones por cociente.

Definiciones relativas á las progresiones por cociente. Expresión y fórmula del término general en función del último término, número de estos y razón de la progresión. Hallar una cualquiera de las otras tres

cantidades en función de las demás.—Interpolación de medios proporcionales.—Suma de todos los términos de una progresión por cociente limitada. Límite del valor de la suma de todos los términos de una progresión geométrica, decreciente é ilimitada. Indicación de algunos problemas generales que pueden resolverse por las fórmulas del término general y de la suma de los términos. Otros problemas particulares que se resuelven por las progresiones por cociente. *Ejercicios prácticos dependientes de las progresiones por cociente.*

LECCIÓN XCV.

Origen de los logaritmos.

Definición de logaritmos por la comparación de dos progresiones, una aritmética y otra geométrica. Base de un sistema de logaritmos: diversidad de sistemas. Únicos sistemas de logaritmos que han tenido aplicación.—Definición de logaritmos como exponentes de potencias de la base. Identidad de ambas maneras de considerar originados los logaritmos. Probar que la ecuación logarítmica puede engendrar todos los números, con tal que la base sea mayor ó menor que la unidad. *Ejercicios prácticos sobre diversos logaritmos de unos mismos números, según sea la base del sistema.*

LECCIÓN XCVI.

Propiedades generales de los logaritmos.

Logaritmos de la unidad y de la base en cualquier sistema. Números que tienen logaritmos positivos cuando la base es mayor ó menor que la unidad. Números que tienen logaritmos negativos. Números que tienen logaritmos imaginarios, ó como se dice comunmente, carecen de logaritmos.—Logaritmo de cero en cualquier sistema. Logaritmos de un producto, de un cociente, de una potencia y de una raíz. Simplificación del cálculo aritmético por medio de los logaritmos. *Ejercicios prácticos sobre el contenido de esta lección.*

LECCIÓN XCVII.

Propiedades exclusivas de los logaritmos vulgares.

Números cuyos logaritmos son commensurables en el sistema vulgar ó de Briggs. Números que los tienen inconmensurables. Característica y mantisa.—Número de unidades de la característica del logaritmo de un número. Números de igual mantisa ó de igual característica.—Números cuyos logaritmos son negativos: su conversión en otras de característica negativa y mantisa positiva, y viceversa. Número de unidades negativas que tiene la característica del logaritmo de una fracción decimal. Operaciones aritméticas con logaritmos. Uso de los complementos logarítmicos ó cologaritmos. *Ejercicios prácticos acerca de los logaritmos.*

LECCIÓN XCVIII.

Tablas de logaritmos.

Definiciones. Idea de la construcción elemental de unas tablas de logaritmos vulgares. Disposición y uso de unas tablas de logaritmos.— Dado un número hallar su logaritmo, tanto si el número está en las tablas, como si es inferior ó superior á los que las tablas contienen. Hallar el número correspondiente á un logaritmo dado, ya esté su mantisa en las tablas, ó ya esté comprendida entre dos de las mismas. Relación entre los logaritmos de diferentes sistemas. *Ejercicios prácticos para hacer uso de las tablas de logaritmos.*

LECCIÓN XCIX.

Aplicaciones de los logaritmos.

Aplicación de los logaritmos al cálculo numérico. Reglas para multiplicar, dividir, elevar á potencias y extraer raíces por medio de los logaritmos. Uso de los logaritmos en las operaciones en que entren datos negativos. Aplicaciones de los logaritmos á los cálculos algebraicos. Forma que deben tener estas cantidades. Preparación de algunas para el cálculo logaritmico. Ecuaciones exponenciales: órdenes diversos de las mismas. Resolución de las ecuaciones exponenciales de diversos órdenes. *Ejercicios prácticos acerca de la aplicación de los logaritmos á los cálculos aritméticos y algebraicos.*

LECCIÓN C.

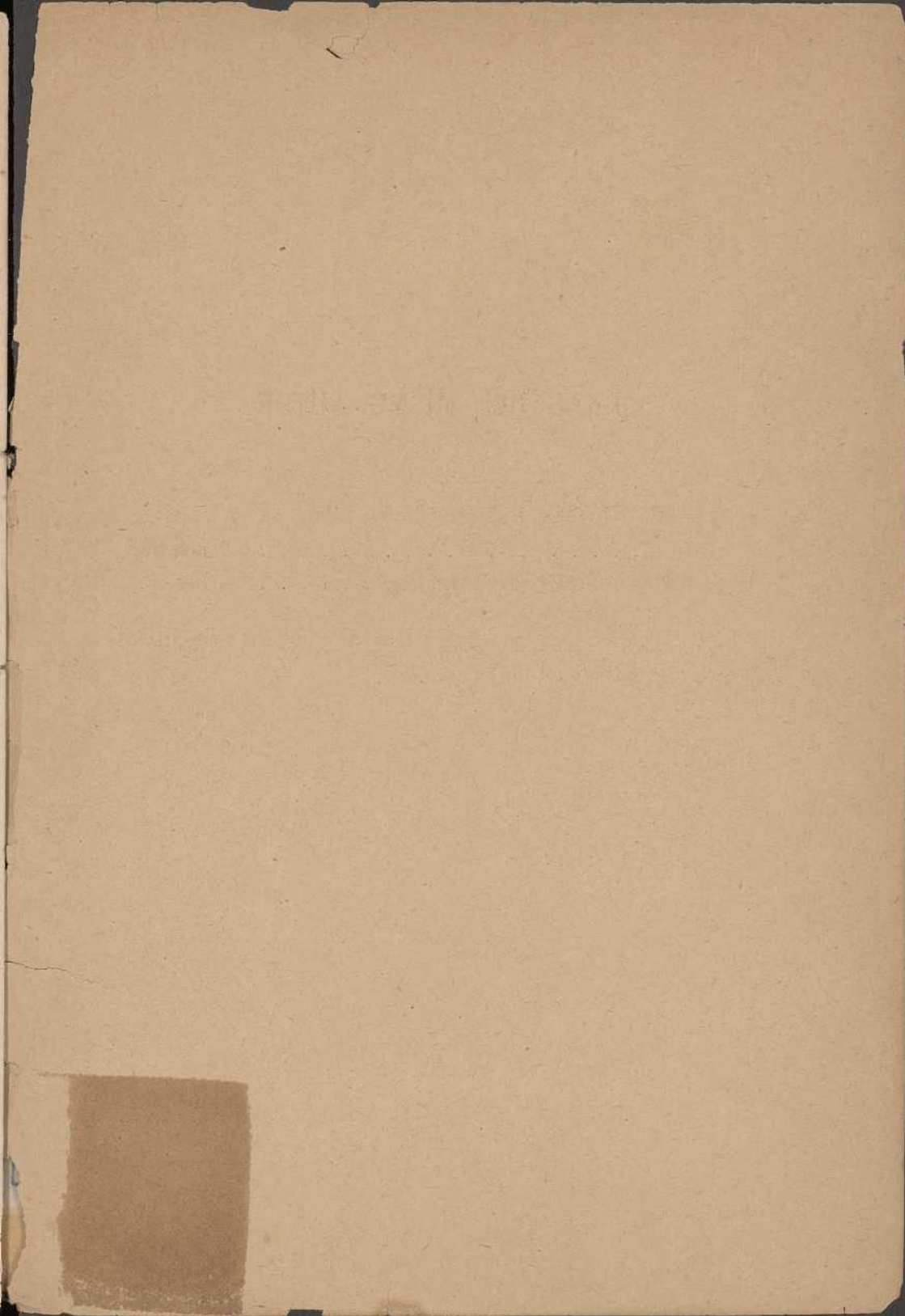
Cuestiones de interés compuesto, anualidades y rentas vitalicias.

Definiciones relativas al interés compuesto. Tanto por uno de interés. Dedución de la fórmula que dá el capital junto con los intereses acumulados, en función del tanto por uno anual, tiempo y capital prestado. Investigación de cada una de las otras tres cantidades en función de las demás. Problemas particulares de interés compuesto. Anualidades. Capitalización de las mismas.—Amortización de una deuda por medio de anualidades. Fórmula que resuelve la capitalización.—Fórmula que resuelve la amortización.—Problemas particulares de anualidades. Rentas vitalicias: su relación con las amortizaciones. Vida probable.—Tablas de mortalidad. Problemas particulares de rentas vitalicias. *Ejercicios prácticos sobre interés compuesto, anualidades capitalizadas, amortizaciones de deudas y rentas vitalicias.*

FIN.

Es propiedad del autor.

*Todos los ejemplares legítimos van
firmados y rubricados.*



OBRAS DEL MISMO AUTOR.

Nociones de Álgebra al alcance de los niños, en rústica.	2 pesetas.
Programa de Aritmética y Álgebra.	1 peseta.

Se hallan de venta en casa del autor y en las principales librerías de España.